

Prawdy logiczne – wyjaśnienia i rozwiązania

Należy odróżnić konkretne zdanie od jego formy. Konkretne zdanie coś znaczy i jest albo prawdziwe albo fałszywe. Na przykład, zdanie *2 maja 2020 roku była sobota lub niedziela*.

jest prawdziwe. Natomiast jego forma $p \vee q$ nic nie znaczy, bo p , q to **nie** są zdania, ale **zmienne zdaniowe**, czyli miejsca, w które można **wstawić** konkretne zdania. Wtedy ta forma staje się zdaniem prawdziwym lub fałszywym; zależnie od tego, co wstawimy. Jeśli za p wstawimy zdanie $2+2=5$, za q wstawimy zdanie $2+2=6$; to $p \vee q$ staje się zdaniem fałszywym.

Jednak są takie **formy**, które nigdy (przy żadnym podstawieniu) nie staną się zdaniami fałszywymi. Nazywamy je **prawami logicznymi**.

DEFINICJA (i) **PRAWO logiczne** to *forma* która ma wartość 1 przy każdym podstawieniu za zmienne p, q wartości logicznych (0, 1).

(ii) **PRAWDA logiczna** to *zdanie*, którego forma jest prawem logicznym.

Zadanie: Które z następujących zdań to prawdy logiczne?

Coaching jest nauką lub sztuką.

Forma tego zdania to $p \vee q$.

Nie jest ona prawem logicznym, bo jeśli $p=0, q=0$; to $p \vee q=0$.

Zatem, to zdanie nie jest prawdą logiczną.

Jeśli coaching nie jest nauką, to jest sztuką.

To zdanie nie jest prawdą logiczną, bo jego forma $(-p) \rightarrow q$ nie jest prawem.

(Przy podstawieniu $p=0, q=0$; całe wyrażenie $(-p) \rightarrow q = 0$.)

Coaching jest nauką lub nie jest nauką.

To zdanie jest prawdą logiczną, bo jego forma $p \vee \neg p$ jest prawem.

(Przy każdym podstawieniu: (1) $p=1$, (2) $p=0$; całe wyrażenie $p \vee \neg p = 1$.)

Coaching jest nauką i sztuką zarazem.

Nie jest prawdą logiczną, bo forma $p \wedge q$ nie jest prawem.

(Przy pewnym podstawieniu $p \wedge q=0$; na przykład, gdy $p=0$, $q=1$.)

Coaching ani nie jest nauką ani sztuką.

Nie jest prawdą logiczną, bo forma $(\neg p) \wedge \neg q$ nie jest prawem.

(Przy pewnym podstawieniu $(\neg p) \wedge \neg q=0$; na przykład, gdy $p=0$, $q=1$.)

Jeśli coaching jest nauką i sztuką, to jest nauką.

Jest prawdą logiczną, bo forma $(p \wedge q) \rightarrow p$ jest prawem.

(Przy każdym podstawieniu: (1) $p=0, q=0$ (2) $p=0, q=1$ (3) $p=1, q=0$ (4) $p=1, q=1$; całe wyrażenie $(p \wedge q) \rightarrow p=1$.)

Jeśli coaching jest nauką lub sztuką, to jest sztuką.

Nie jest prawdą logiczną, bo forma $(p \vee q) \rightarrow q$ nie jest prawem.

(Przy pewnym podstawieniu $(p \vee q) \rightarrow q=0$; mianowicie, gdy $p=1$, $q=0$.)

Coaching jest nauką lub sztuką wtedy i tylko wtedy, gdy jeśli nie jest nauką to jest sztuką.

Jest prawdą logiczną, bo forma $(p \vee q) = ((\neg p) \rightarrow q)$ jest prawem.

(Przy każdym podstawieniu: (1) $p=0, q=0$ (2) $p=0, q=1$ (3) $p=1, q=0$ (4) $p=1, q=1$; całe wyrażenie $=1$.)

Coaching jest nauką i sztuką wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że jeśli jest nauką to nie jest sztuką.

Jest prawdą logiczną, bo forma $(p \wedge q) = \neg(p \rightarrow \neg q)$ jest prawem.

(Przy każdym podstawieniu: (1) $p=0, q=0$ (2) $p=0, q=1$ (3) $p=1, q=0$ (4) $p=1, q=1$; całe wyrażenie $=1$.)

Coaching ani nie jest nauką ani sztuką wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że jeśli nie jest nauką to jest sztuką.

Jest prawdą logiczną, bo forma $((\neg p) \wedge \neg q) \rightarrow \neg((\neg p) \rightarrow q)$ jest prawem.

(Przy każdym podstawieniu: (1) $p=0, q=0$ (2) $p=0, q=1$ (3) $p=1, q=0$ (4) $p=1, q=1$; całe wyrażenie $=1$.)