

## LOGIKA

### WYNIKANIE LOGICZNE

Logiczne uzasadnienie danego twierdzenia ma zazwyczaj postać wnioskowania. Wnioskowanie polega na wyprowadzaniu wniosku  $W$  z założeń  $Z1, \dots, Zn$ .

#### PRZYKŁAD I

*Jeśli pracujesz( $p$ ), to masz sukcesy( $q$ ). (Z1)*

*Jeśli masz sukcesy, to masz pieniądze( $r$ ). (Z2)*

(Zatem)

*Jeśli pracujesz, to masz pieniądze. (W)*

**DEFINICJA 1** Zdanie  $W$  wynika logicznie ze zdań  $Z1, \dots, Zn$ , gdy implikacja

$$(Z1 \ \&\dots\ \& \ Zn) \rightarrow W$$

jest prawdą logiczną, to znaczy jej schemat (forma) jest prawem logicznym.

W Przykładzie I,  $W$  wynika logicznie z  $Z1, Z2$ ; bo schemat

$$((p \rightarrow q) \ \& \ (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

jest prawem logicznym.

#### PRZYKŁAD II

*Dziś jest sobota. ( $q$ )*

nie wynika logicznie ze zdania

*Wczoraj był piątek.* ( $p$ )

ponieważ schemat  $p \rightarrow q$  nie jest prawem logicznym.

Wynikanie logiczne jest związane z formą zdań a nie z ich treścią.

W Przykładzie I, wniosek wynika logicznie z założeń dla dowolnych zdań  $p, q, r$  (nawet dla fałszywych), bo ważny jest ich związek logiczny a nie to, o czym mówią.

### **INNE ZWIĄZKI LOGICZNE**

**DEFINICJA 2 Fałsz logiczny** to zdanie, którego negacja jest prawdą logiczną.

#### **PRZYKŁAD III** Zdanie

*Psychiatria jest nauką i nie jest nauką.*

jest fałszem logicznym, ponieważ forma  $-(p \ \& \ -p)$  jest prawem logicznym.

**DEFINICJA 3 Dwa zdania wykluczają się**, gdy ich koniunkcja jest fałszem logicznym.

#### **PRZYKŁAD IV** Zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Psychiatria nie jest nauką”.*

wykluczają się, ponieważ forma  $-(p \ \& \ -p)$  jest prawem logicznym.

Natomiast zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Psychiatria jest sztuką”.*

nie wykluczają się, bo forma  $-(p \ \& \ q)$  nie jest prawem logicznym.

**DEFINICJA 4 Dwa zdania dopełniają się**, gdy ich alternatywa jest prawdą logiczną.

#### **PRZYKŁAD V** Zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Psychiatria nie jest nauką”.*

dopełniają się, ponieważ forma  $p \vee -p$  jest prawem logicznym.

Natomiast zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Psychiatria jest sztuką”.*

nie dopełniają się, bo forma  $p \vee q$  nie jest prawem logicznym.

**DEFINICJA 5** Dwa zdania są wzajemnie sprzeczne, gdy zarazem wykluczają się i dopełniają się.

**PRZYKŁAD VI** Zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Psychiatria nie jest nauką”.*

Są wzajemnie sprzeczne.

**PRZYKŁAD VII** Zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Nieprawda, że jeśli psychiatria jest sztuką, to nie jest nauką”.*

wykluczają się ale nie dopełniają się. Forma  $\neg(p \ \& \ \neg(q \rightarrow \neg p))$  jest prawem, ale forma  $p \vee \neg(q \rightarrow \neg p)$  nie jest (bo ma wartość 0, gdy  $p=0$ ). Zatem nie są wzajemnie sprzeczne.

**PRZYKŁAD VIII** Zdania

*„Psychiatria jest nauką” i „Jeśli psychiatria jest nauką, to nie jest sztuką”.*

dopełniają się ale nie wykluczają się. Forma  $p \vee (p \rightarrow \neg q)$  jest prawem, ale forma  $\neg(p \ \& \ (p \rightarrow \neg q))$  nie jest (bo ma wartość 0, gdy  $p=1, q=0$ ). Zatem nie są wzajemnie sprzeczne.

**PRZYKŁAD IX** Zdania

*„Psychiatria nie jest nauką i nie jest sztuką” oraz*

*„Jeśli psychiatria nie jest nauką, to jest sztuką”.*

dopełniają się i wykluczają się. Forma  $(\neg p \ \& \ \neg q) \vee (\neg p \rightarrow q)$  jest prawem i forma  $\neg[(\neg p \ \& \ \neg q) \ \& \ (\neg p \rightarrow q)]$  jest prawem. Zatem są wzajemnie sprzeczne.