

Prawdy logiczne

Ważnym rodzajem prawd analitycznych są prawdy logiczne.

Prawda logiczna to **zdanie** prawdziwe **na mocy znaczenia zwrotów logicznych** w nim występujących.

Na przykład, zdanie

W lesie zakwitły zawilce lub nie zakwitły.

jest prawdziwe, bo wiemy co znaczy „lub” i wiemy co znaczy „nie”.

Jest to prawda logiczna.

Zauważmy, że każde zdanie o tej formie

$$p \vee \neg p$$

jest prawdziwe.

Rzeczywiście. Albo p jest prawdziwe ($p=1$), albo p jest fałszywe ($p=0$).

- Jeśli $p = 1$, to $\neg p = 0$, a wtedy $p \vee \neg p = 1 \vee 0 = 1$.

- Jeśli $p = 0$, to $\neg p = 1$, a wtedy $p \vee \neg p = 0 \vee 1 = 1$.

Mówimy, że forma $p \vee \neg p$ to **prawo logiczne**, czyli **forma** która ma wartość 1 przy każdym podstawieniu za zmienne p, q wartości logicznych (0, 1).

Przypomnijmy charakterystyki 0-1 klasycznych spójników zdaniowych.

$\neg p = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p = 0$.

$p \& q = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p = 1$ oraz $q = 1$.

$p \vee q = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p = 0$ oraz $q = 0$.

$p \rightarrow q = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p = 1$ oraz $q = 0$.

$p = q = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p = q$.

Na przykład:

Forma $\neg(p \ \& \ \neg p)$ jest prawem logicznym, bo

$\neg(1 \ \& \ \neg 1) = 1$ oraz $\neg(0 \ \& \ \neg 0) = 1$

(przy każdym podstawieniu staje się ona 1).

Natomiast forma $(p \rightarrow q) \rightarrow q$ nie jest prawem logicznym, bo nie przy każdym podstawieniu staje się ona 1;

mianowicie jeśli $p = 0$, $q = 0$, to $(p \rightarrow q) \rightarrow q = 0$.

Zatem, aby odpowiedzieć na pytanie, czy dane zdanie jest prawdą logiczną, należy sprawdzić, czy jego forma jest prawem logicznym.

Zadanie: Które z następujących zdań to prawdy logiczne?

Coaching jest nauką lub sztuką.

Jeśli coaching nie jest nauką, to jest sztuką.

Coaching jest nauką lub nie jest nauką.

Coaching jest nauką i sztuką zarazem.

Coaching ani nie jest nauką ani sztuką.

Jeśli coaching jest nauką i sztuką, to jest nauką.

Jeśli coaching jest nauką lub sztuką, to jest sztuką.

Coaching jest nauką lub sztuką wtedy i tylko wtedy, gdy jeśli nie jest nauką to jest sztuką.

Coaching jest nauką i sztuką wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że jeśli jest nauką to nie jest sztuką.

Coaching ani nie jest nauką ani sztuką wtedy i tylko wtedy, gdy nieprawda, że jeśli nie jest nauką to jest sztuką.